$\Delta < 0$: Aplique el teorema de trinomio positivo y por inspección se obtiene el CS ($\mathbb{R}$ o $\emptyset$).

Teorema del trinomio positivo (TTP):

$$ax^2 + bx + c > 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow \{a > 0 \wedge \Delta < 0\}$$

Teorema del trinomio no negativo (TTnoN):

$$ax^2 + bx + c \geq 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow \{a > 0 \wedge \Delta \leq 0\}$$

INECUACIÓN POLINOMIAL DE GRADO SUPERIOR

Su forma general es:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n \gtrless 0$$

Donde: $a_0 \neq 0 \quad \wedge \quad n \geq 3$

Teoremas:

1) Todo factor positivo se puede cancelar.

2) "Exponentes impares" de los factores se puede cancelar.

3) Factores de "exponentes par" se cancela previo el siguiente análisis:

- En inecuaciones no estrictas ($\geq, \leq$), rescata soluciones de los factores cancelados igualándolos esta a cero.
- En inecuaciones estrictas ($>, <$) indique restricciones para la incógnita de los factores cancelados, indicando que estas deben ser diferente a cero.

$+ \quad (x-3)^2(x-1) \leq 0 \rightarrow x-1 \leq 0 \ ; \ x-3=0$

$+ ; 0 \qquad x \leq 1 \ ; \ x=3$

$CS = \langle -\infty, 1] \cup \{3\}$

$+ \quad (x-5)^{20}(x-3) > 0 \rightarrow x-3>0 \ ; \ x-5 \neq 0$

$\rightarrow x > 3 \ ; \ x \neq 5$

$\therefore CS = \langle 3, \infty \rangle - \{5\}$

ECUACIONES IRRACIONALES

Son ecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Resolución

1) Elimine los radicales (use la potenciación y/o el cambio de variable).
2) Resuelva la ecuación resultante.
3) Los valores encontrados serán solución si verifican la ecuación inicial (verifique), y finalmente indique el conjunto solución.

> Nota: Las ecuaciones irracionales se resuelven en $\mathbb{R}$.

INECUACIONES IRRACIONALES

Son inecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Resolución

1) Halle el CVA.
2) Elimine los radicales (use potenciación y/o cambio de variable), resuelva la inecuación resultante generando el conjunto solución parcial S_p.
3) $C.S. = (CVA) \cap (S_p)$.

> Nota En inecuaciones de la forma
>
> $\sqrt[par]{h(x)} < q(x)$ garantizar $q(x) > 0$
>
> $\sqrt[par]{h(x)} \leq q(x)$ garantizar $q(x) \geq 0$

$\sqrt{3-x} < x$

✓ $3-x \geq 0 \rightarrow x \leq 3$ ✓

✓ $x > 0$ ←

$\rightarrow 0 < x \leq 3$

Segunda Práctica Dirigida (págin

ichvirtual.edu.pe/mod/quiz/attempt.php?attempt=202163&cmid=1803&page=4#question-206216-10

Aplicaciones | Zoom Logo | National Consumer... | eBonus.gg - Free G... | iMacros | Importado de Inter... | Gmail | YouTube | Maps | Traducir | Noticias | (11) Top 10 Mejores...

ADUNI CÉSAR VALLEJO

Tiempo restante 0:00:07

Pregunta 9

Sin responder aún

Puntúa como 0,70

Marcar pregunta

Determine el cardinal del conjunto solución de la siguiente ecuación.

$\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2+1}=2-|x2^x|$

- A. 6
- B. 4
- C. 3
- D. 1
- E. 0

Quitar mi elección

Pregunta 10

Sin responder aún

Puntúa como 0,70

Marcar pregunta

Resuelva la inecuación

$\left|\frac{x-1}{|x+1|+2}\right| \geq 1$

- A. $\mathbb{R}^-$
- B. $\langle -\infty; 0\rangle$
- C. $\langle -\infty; -1]\cup\langle 1/2; 1\rangle$
- D. $\langle -\infty; -2]$
- E. $\langle -\infty; -1]$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Terminar intento...

2) Sean los números racionales $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ tales que $a_1 < a_2 < \cdots < a_{n-1} < a_n$, entonces se cumple que

Resolución

Por condición del problema se tiene:

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_{n-1} < a_n$$

entonces se cumple:

$$\begin{aligned} a_1 &\leq a_1 < a_n \\ a_1 &< a_2 < a_n \\ a_1 &< a_3 < a_n \\ &\vdots \\ a_1 &< a_n \leq a_n \end{aligned} \quad (+)$$

$$na_1 < a_1 + a_2 + \cdots + a_n < na_n$$

$$na_1 < \sum_{i=1}^{n} a_i < na_n$$

$$\therefore \quad a_1 < \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n} < a_n$$

Clave B

3) Si $P(x) = bx^2 + 2cx + a < 0 \wedge b \neq 0 \wedge \{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$, indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F). Considere que α y β son las raíces de $P(x)$,.

I) Si $c^2 > ab$, entonces el $CS = \langle \alpha; \beta \rangle$, tal que $\alpha < \beta$. **(F)**

II) Si $c^2 < ab \wedge b > 0$, entonces $CS = \phi$ **(V)**

III) Si $c^2 = ab \wedge b < 0$, entonces $CS = \mathbb{R} - \{\alpha\}$, tal que $\alpha = \beta$. **(V)**

Resolución

Tenemos la siguiente inecuación cuadrática:

$$bx^2 + 2cx + a < 0$$

su conjunto solución depende de su discriminante:

$$\Delta = (2c)^2 - 4ba = 4(c^2 - ab)$$

I) Si $c^2 > ab \rightarrow c^2 - ab > 0 \rightarrow 4(c^2 - ab) > 0$

$\rightarrow \Delta > 0$

Si $b > 0 \rightarrow CS = \langle \alpha; \beta \rangle$

Si $b < 0 \rightarrow CS = \langle -\infty; \alpha \rangle \cup \langle \beta; +\infty \rangle$

II) Si $c^2 < ab \rightarrow c^2 - ab < 0 \rightarrow \Delta < 0$

Como $\Delta < 0 \wedge b > 0$ entonces $P(x)$ es un trinomio positivo, entonces:

$$\underbrace{bx^2 + 2cx + a}_{(+)} < 0 \qquad \therefore \ CS = \phi$$

III) Si $c^2 = ab \rightarrow c^2 - ab = 0 \rightarrow \Delta = 0$

entonces $P(x)$ contiene un trinomio cuadrado perfecto, es decir:

$$P(x) = bx^2 + 2cx + a = \underbrace{b(x - \alpha)^2}_{(-) \ o \ 0} < 0$$

$\therefore \ CS = \mathbb{R} - \{\alpha\} \wedge \alpha = \beta$

Clave A

7) Respecto al conjunto solución S de la ecuación $|2x-1|+|x+3|+|x-4|=2|2x-1|$ indique la alternativa correcta.

Resolución

Tenemos:

$$|2x-1|+|x+3|+|x-4|=2|2x-1|$$
$$|x+3|+|x-4|=|2x-1|$$
$$|x+3|+|x-4|=|(x+3)+(x-4)|$$

Por la desigualdad triangular, esta es equivalente a:

$$(x+3)(x-4)\geq 0$$

Raíces: $-3,\ 4$ y aplicamos puntos críticos

$$\rightarrow\ S=\langle-\infty;-3]\cup[4;+\infty\rangle$$

A) $S\cap\left\langle\frac{1}{2};4\right\rangle=\emptyset$

B) $S\cap\langle-2;3\rangle=\emptyset$

C) $S^C\cap\langle-\sqrt{6};-\sqrt{5}\rangle=\langle-3;4\rangle\cap\langle-\sqrt{6};-\sqrt{5}\rangle$
$=\langle-\sqrt{6};-\sqrt{5}\rangle$
$S^C\cap\langle-\sqrt{6};-\sqrt{5}\rangle\neq\emptyset$

¡Tenga en cuenta que ...!

Corolario de la desigualdad triangular

$$|a|+|b|=|a+b|\ \leftrightarrow\ ab\geq 0$$

Clave C

8) Luego de resolver la ecuación $\sqrt{x-x^2} \leq 1-|x|$ se obtiene como conjunto solución B. Determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) en las siguientes proposiciones

I) El conjunto B presenta 1 elemento entero. **(F)**

II) $B \cap [-1; 1/4] = [0; 1/4]$ **(V)**

III) $B = [0; 1/2]$ **(F)**

Resolución

Resolvamos: $\sqrt{x-x^2} \leq 1-|x|$

1) Hallemos el CVA: $x - x^2 \geq 0$

$$x^2 - x \leq 0$$

$$x(x-1) \leq 0$$

$$x \in [0;1] = CVA$$

2) Operemos para hallar el S_P:

$$\sqrt{x-x^2} \leq 1-x$$

$$\sqrt{x-x^2}^2 \leq (1-x)^2$$

$$x - x^2 \leq 1 - 2x + x^2$$

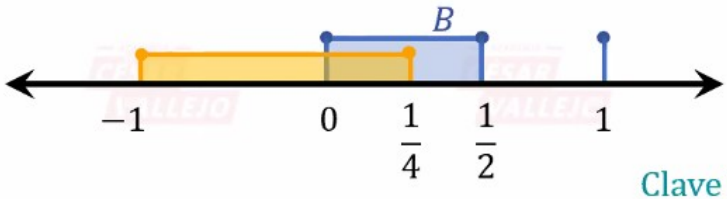
$$0 \leq 2x^2 - 3x + 1$$

$$0 \leq (2x-1)(x-1)$$

$$\rightarrow S_P = \left\langle -\infty ; \frac{1}{2} \right] ; \cup [1; +\infty\rangle$$

3) $\text{CS} = \text{CVA} \cap S_P = \left[0; \frac{1}{2}\right] \cup \{1\} = B$

Se observa que 0 y 1 son los elemento entero de B.



Clave B

9) Determine el cardinal del conjunto solución de la siguiente ecuación $\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2+1}=2-|x2^x|$.

Resolución

Tenemos

$$\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2+1}=2-|x2^x|$$

CVA: $x \geq 0$

$$\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2+1}=2-x2^x$$

$$\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2+1}+x2^x=2 \quad \ldots(*)$$

Evaluando en $x=0$

$$\sqrt{0}+\sqrt{0+1}+\sqrt{0^2+1}+0\cdot 2^0=2$$

$$2=2$$

Si $x>0$:

$$\sqrt{x}>0$$

$$\sqrt{x+1}>1$$

$$\sqrt{x^2+1}>1$$

$$x2^x>0$$

Sumando:

$$\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2+1}+x2^x>2$$

Se concluye que si $x>0$ la ecuación $(*)$ no se cumple.

$$\rightarrow \quad \text{CS}=\{0\}$$

$\therefore$ el cardinal del conjunto solución es 1.

Clave D

10) Resuelva la inecuación $\left|\dfrac{x-1}{|x+1|+2}\right| \geq 1$

Resolución

Tenemos

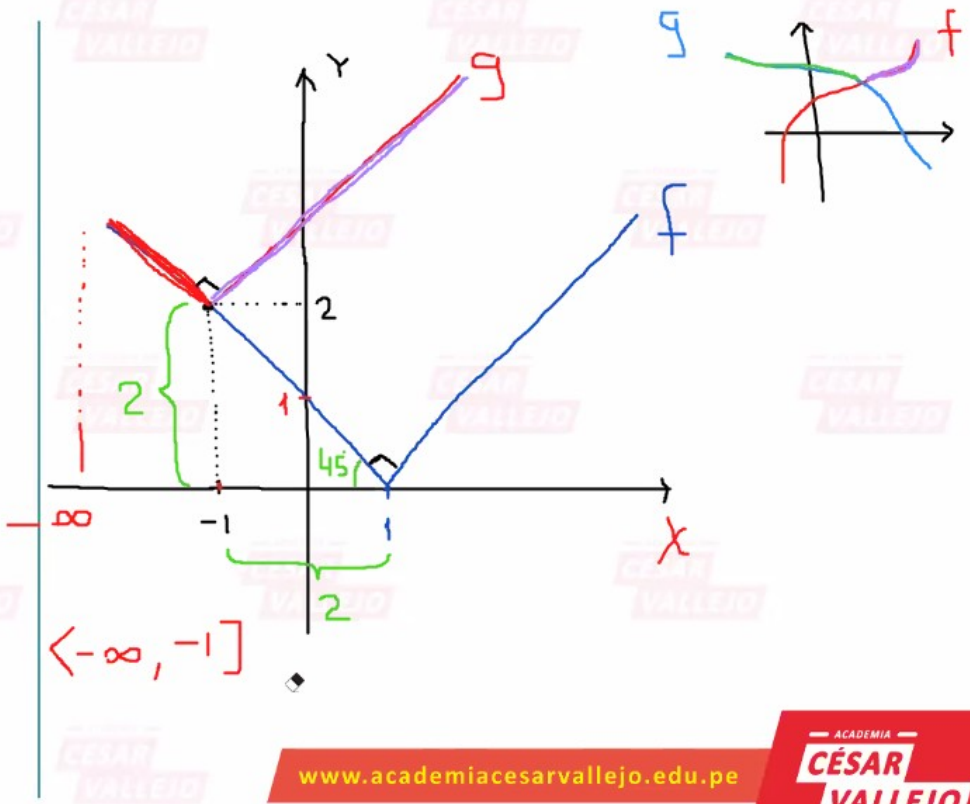
$$\left|\frac{x-1}{|x+1|+2}\right| \geq 1$$

$$\frac{|x-1|}{|x+1|+2} \geq 1$$

$$\frac{|x-1|}{|x+1|+2} \geq 1$$

$$|x-1| \geq |x+1|+2 \quad \checkmark$$

$$f(x) \geq g(x)$$



11) Con respecto al conjunto $A = \left\{(x;a) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \dfrac{1}{|x^2-x-a|} = \dfrac{1}{|x^2-x+a|}\right\}$ indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F)

I) $(n;0) \in A;\ \forall\, n \in \mathbb{R} - \{0;1\}$. **(V)**

II) $(0;n) \in A;\ \forall\, n \in \mathbb{R} - \{0\}$. **(V)**

III) $(1;n) \in A;\ \forall\, n \in \mathbb{R} - \{0\}$. **(V)**

Resolución

A esta definida por: $\dfrac{1}{|x^2-x-a|} = \dfrac{1}{|x^2-x+a|}$

$$|x^2-x-a| = |x^2-x+a|$$

es equivalentes a:

$$x^2-x-a = x^2-x+a \quad \vee \quad x^2-x-a = -x^2+x-a$$

$$-a = a \qquad\qquad 2x^2-2x = 0$$

$$a = 0 \qquad\qquad 2x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 1$$

La ecuación esta dada por fracciones, por ello debemos garantizar que sus denominadores sean diferentes a cero:

Si $a = 0$: $\dfrac{1}{|x^2-x|} = \dfrac{1}{|x^2-x|} \rightarrow |x^2-x| \neq 0$

$\rightarrow x^2-x \neq 0 \rightarrow x \neq 0 \ \vee \ x \neq 1$

$\rightarrow x = n\ ;\ \forall\, n \in \mathbb{R} - \{0;1\} \rightarrow (n;0) \in A$

Si $x = 0 \ \vee \ x = 1$: $\dfrac{1}{|a|} = \dfrac{1}{|a|} \rightarrow a \neq 0$

$\rightarrow a = n\ ;\ \forall\, n \in \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \begin{cases} (0;n) \in A \\ (1;n) \in A \end{cases}$

Clave B

12) Determine el número de soluciones en la siguiente ecuación $\sqrt{x+\frac{1}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}=1$

Resolución

Hallemos CVA: $x+\frac{1}{x}\geq 0 \quad \wedge \quad x-\frac{1}{x}\geq 0$

$\frac{x^2+1}{x}\geq 0 \qquad x^2-1\geq 0$

$x>0 \qquad x^2\geq 1$

$x\geq 1$

$CVA = [1;+\infty\rangle$

Analicemos las expresiones que forman la ecuación:

$x+\frac{1}{x}\geq 2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{x+\frac{1}{x}}\geq \sqrt{2}$ (+)

además: $\sqrt{x-\frac{1}{x}}\geq 0$

Sumando:

$$\sqrt{x+\frac{1}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\geq \sqrt{2}$$

$\therefore$ la ecuación nunca se verifica, no hay soluciones.

Clave D